

ANALIZA FUNCȚIONALĂ

O istorie a matematicienilor în tranșee

PEDRO J. MIANA și NATALIA ROMERO

Traducere de Alina Carmen Birta

CUPRINS

Capitolul 0

Matematica în cafenele	7
Hugo Steinhaus și crearea, în două ocazii, a școlii poloneze de matematică	9
Copilăria și tinerețea părintelui analizei funcționale, Stefan Banach	13
Matematica ca profesie: începutul aventurii	17
<i>Măsurători, integrale și Henri Lebesgue</i>	18
<i>Zygmunt Janiszewski, un om bun</i>	20
Publicații ale unei noi matematici	22
Cafeneaua scoțiană, locul de întâlnire al matematicienilor	24
Matematica lui Banach	32
Supraviețuirea în cel de-al Doilea Război Mondial	36
Moartea lui Banach și a școlii de matematică din Lwów	42

Capitolul 1

Modelarea lumii înainte de analiza funcțională	51
Orfanul celebru	53
Lupta titanilor	57
Trei sunt mai mulți	59
<i>Importanța familiei. Dinastia Bernoulli</i>	62
În serviciul Revoluției Franceze, Joseph Fourier	62
Moștenitorii căldurii	66
Integrarea în întreaga lume	68
Ecuatiile integrale, calea către analiza funcțională	70
<i>Nașul, Vito Volterra</i>	74
Hans Hahn și școala austriacă	74
Ghinionul lui Eduard Helly	77

Capitolul 2

Flautistul din Göttingen	83
Universitatea din Göttingen înainte de sosirea lui David Hilbert	85
Înainte de sosirea la Göttingen	90
David Hilbert în centrul matematicii	94
Secol nou, obiective noi	96
Și analiza funcțională a fost făcută	98
<i>Pacifism și unionism</i>	100
Două genii față în față, Hilbert versus Einstein	103
Amurgul unui gigant	106
Distrugerea cunoașterii	109

Capitolul 3

Fiii Franței	111
Jacques Hadamard, un matematician universal	113
<i>Afacerea Dreyfus și martorii matematicieni</i>	118
Operații funcționale sau funcționale	119
Maurice Fréchet, studentul fidel	121
Căzut în luptă, René Gateaux	125
Devotatul Paul Lévy	128

Epilog

Povestea continuă	137
--------------------------	-----

Bibliografie	141
---------------------	-----

Matematica în cafenele

Grupuri întregi de persoane trăiesc în obscuritatea cafenelei, creând un public caracteristic și special, neliniștit de mișcarea nervoasă și suflarea Europei, care miroase a hârtie tipărită, însetată de bărfe, a unui oraș mare și, mai ales, de viață strălucitoare, pe valuri de lumină vibrantă, în arabescuri de fum, între chemările chelnerilor.

(Franciszek Jaworski, *Lwów stary i wczorajszy* – Bătrânul Lwów de ieri –, 1910)

În ziua de 31 mai, 1941, Hugo Steinhaus scria introducerea numărului 193, și ultimul, în ceea ce s-a numit *Scottish book* (*Cartea scoțiană*). În câteva rânduri, a furnizat rezultate numerice la ceea ce se crede a fi soluția la o problemă combinatorie a distribuției de chibrituri în două casete diferite (cunoscută sub numele de „problema Banach a chibriturilor”). O lună mai târziu, intrarea armatei germane în orașul polonez Lwów (astăzi în Ucraina) a marcat începutul sfârșitului genialei școli poloneze de matematică din acest oraș.

La începutul secolului XX, Lwów era un important centru cultural și academic din Polonia. Locuitorii și nou-veniții au fost captivați de frumusețea locului și de unicitatea acestuia. În acest oraș, de 200 000 de locuitori, jumătate din populație era romano-catolică (în principal polonezi) și o treime era evreiască, dar existau și numeroase grupuri de ortodocși (ucraineni), evanghelici (austrieci) și alte confesiuni. În acest malaxor al diferitelor religii, naționalități și culturi, atât comerțul, cât și industria au înflorit. Orașul era un puternic centru academic, dominat în principal de științele umaniste și, mai târziu, de științele naturii, care își datorează înflorirea, printre altele, activităților științifice ale școlii de matematică.

În perioada interbelică (1918-1939), importanța economică a orașului Lwów a început să scadă. De la statutul de capitală a unei mari provincii a Imperiului Austro-Ungar (Galiția) la cel de localitate care se remarcă cu dificultate ca un centru de intermediere comercială între Est și Vest. Încercările de a vinde produse poloneze către URSS (comerț estic) nu au fost fructuoase. În acest mediu comercial dominat de elitele evreiești, în jurul figurilor matematicienilor Hugo Steinhaus și Stefan Banach, s-a născut analiza funcțională modernă.

În 1916, în timpul Primului Război Mondial, într-un parc din Cracovia, întâmplarea a făcut posibilă întâlnirea între tânărul profesor Steinhaus (de 29 ani) și studentul Stefan Banach (de 24 ani). În autobiografia primului se povestește astfel:

În timpul uneia dintre acele plimbări am auzit cuvintele „măsură Lebesgue”. M-am dus la banca din parc și m-am prezentat celor doi tineri

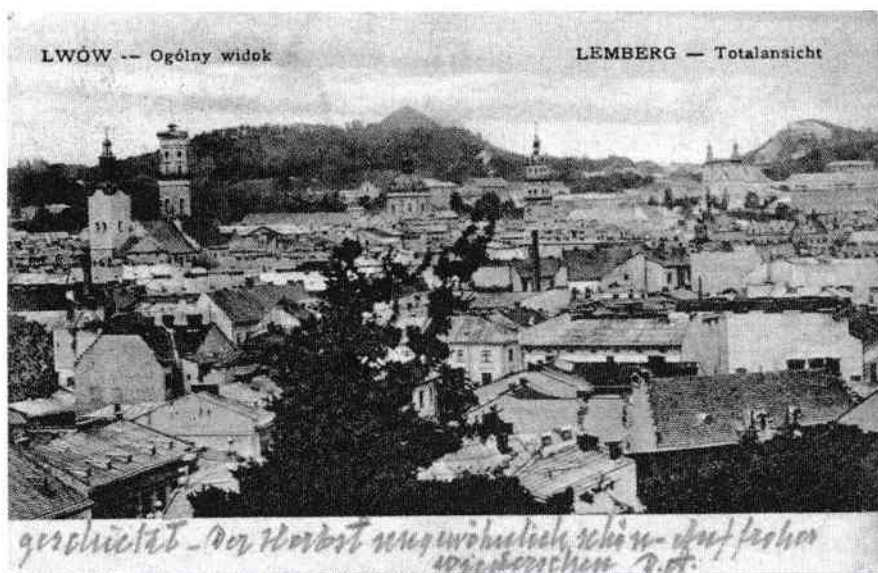


Figura 1. Carte poștală care arată o vedere generală a orașului Lwów, în jurul anului 1900.

studenți la matematică. Mi-au spus că au un alt coleg, pe nume Witold Wiłkosz, pe care l-au lăudat foarte mult. Tinerii erau Stefan Banach și Otto Nikodym. Din acel moment ne-am întâlnit regulat.

Imediat, cunoștințele matematice ale lui Banach l-au uimit pe Steinhaus. Fără a avea o diplomă universitară – Banach nu s-a prezentat niciodată la examene, deoarece avea oroare de ele – pregătirea sa autodidactă l-a pus la curent cu avangarda matematică a epocii. În timpul conversației, Steinhaus i-a povestit despre problema la care lucra. Câteva zile mai târziu, Banach se prezintă la biroul său cu soluția în brațe. Acesta ar fi primul articol și începutul carierei de cercetare a celui care acum este cunoscut ca „părintele analizei funcționale”.

Hugo Steinhaus și crearea, în două ocazii, a școlii matematice poloneze

În 1905, tânărul Hugo Dionizy Steinhaus (1887-1972) își termina educația secundară la *Gymnasium* din orașul său natal, Jasło (vechiul Imperiu Austro-Ungar, azi Polonia). Avea de luat o decizie referitoare la studiile universitare. Tatăl său, de origine iudaică, proprietar al unei fabrici de materiale de construcție și om de afaceri, l-a sfătuit să aleagă ingineria, dar Hugo se simțea dintotdeauna atras de matematică. Mai mult, pe cont propriu, începuse să studieze operele unor celebri matematicieni contemporani, precum francezul Henri Poincaré sau germanul David Hilbert.

În cele din urmă, în același an, a început să studieze filosofia și matematica la Universitatea din Lwów. În anul următor, a decis să meargă la Göttingen, centrul matematicii mondiale. În același an, David Hilbert a hotărât să înceapă noi cercetări pentru rezolvarea ecuațiilor integrale, care îl vor determina să colaboreze la crearea analizei funcționale. La universitatea germană, Steinhaus a participat la cursuri susținute de elita matematică: Bernstein, Carathéodory, Courant, Klein, Landau, Runge, Toeplitz sau Zermelo.



Figura 2. Universitatea Jan Kazimierz, din Lwów, în jurul anului 1910.

În 1911, Steinhaus a obținut o diplomă de doctorat cu o teză coordonată de David Hilbert și intitulată *Neue Anwendungen des Dirichlet'schen Prinzips* („Noile aplicații ale principiului Dirichlet”).

La începutul Primului Război Mondial, s-a întors în Polonia și, în 1917, a început să lucreze la Universitatea din Lwów, care din 1919 a fost redenumită Universitatea Jan Kazimierz. În 1925 a reușit în cele din urmă să devină profesor titular la aceeași universitate, funcție pe care a ocupat-o până în 1941. În acest timp, a predat un curs despre integrala Lebesgue, care a fost unul dintre primele cursuri pe această temă ținute în afara Franței.

În perioada dintre 1917 și 1941, Lwów a s-a dezvoltat rapid ca un centru internațional de referință pentru cercetarea matematică. Imensa muncă depusă de Hugo Steinhaus și Stefan Banach, studentul său la început, apoi partenerul său, au plasat această localitate în epicentrul matematicii poloneze și a celei mondiale. Una dintre relizările lor comune a fost articolul „Sur le principe de la condensation de singularités”, publicat în 1927 în *Fundamenta Mathematicae*, unde este prezentată teorema de mărginire uniformă. Cunoscută și sub denumirea *teorema Banach-Steinhaus*, aceasta afirmă că, pentru o familie de operatori lineari continui (și, prin urmare, mărginiți) al căror domeniu este un spațiu Banach, convergența punctuală

este echivalentă cu convergența uniformă din norma operatorului. Interesant, acest rezultat a fost demonstrat independent de matematicianul austriac Hans Hahn, în 1922.

Steinhaus a fondat Societatea Matematică din Cracovia, care ulterior s-a integrat în Societatea Matematică Poloneză. Împreună cu Banach, a fondat revista *Studia Mathematica* (1929), care până atunci publicase, de preferință, articole despre analiza funcțională, așa cum se menționează în politica sa editorială: „concentrați-vă asupra cercetării în analiza funcțională și subiecte conexe”.

Colecția de cărți *Monografii Matematice* este o altă aventură editorială, desfășurată împreună cu Banach, Knaster, Kuratowski, Mazurkiewicz și Sierpiński, acesta din urmă din Varșovia. În 1931 a fost publicat în poloneză, și un an mai târziu în franceză, primul volum al colecției *Théorie des opérations linéaires* (*Teoria operațiilor liniare*). Această monografie de referință este prima carte despre teoria generală a analizei funcționale. În 1937, Steinhaus, în colaborare cu studentul său Stefan Kaczmarz, a publicat în această colecție extraordinara lucrare *Teoria seriilor ortogonale*. Doi ani mai târziu a publicat *bestsellerul* de matematică recreativă, *Instantanee matematice*. Această carte prezintă, inconștient, filosofia matematică a lui Steinhaus. Doctorandul său, Mark Kac, afirma că profesorului său „îi plăcea «să se joace» cu numere, mulțimi și curbe, așa cum un poet se joacă cu cuvinte, fraze și sunete”.

Datorită originii sale iudaice, în timpul celui de-al Doilea Război Mondial, Steinhaus a trăit ascuns, la început ajutat de prietenii săi din Lwów, apoi în orașele din jurul Cracoviei. Rezistența antinazistă poloneză i-a procurat documentele false ale unui pădurar care murise cu câteva luni înainte. Sub numele de



Figura 3. Primul număr al revistei *Studia Mathematica* (1929).

Grzegorz Krochmalny, a predat clandestin ore de matematică. În timpul său liber, fără niciun acces la material academic, a reconstruit din memorie toate cunoștințele matematice pe care le cunoscuse și a scris memorii voluminoase cu puținul material pe care îl avea.

După cel de-al Doilea Război Mondial, Lwów și-a schimbat numele în Liov și țara, care a devenit parte a Ucrainei. Steinhaus și câțiva matematicieni din Lwów care au supraviețuit războiului s-au dus la Wrocław, un fost oraș german și acum polonez, tocmai unde se născuse Felix Hausdorff în urmă cu aproape optzeci de ani, în 1868. Hausdorff s-a sinucis la 26 ianuarie 1942 împreună cu soția și cumnata sa, deoarece nu mai puteau evita internarea într-un lagăr de concentrare.

Cu munca și efortul lui Hugo Steinhaus, Universitatea din Wrocław a devenit faimoasă pentru matematică și a ajuns să umple golul lăsat de Universitatea din Lwów. În 1947, a fondat revista *Colloquium Mathematicum*, care apare și în zilele noastre, editată de Academia Națională Poloneză. În 1948, în revista *Econometrica*, a propus problema împărțirii unui tort în n părți, proporțional și *fără invidie*. Adică, fiecare comesean să fie mulțumit, pe de o parte, de primirea unei cote echitabile (distribuție proporțională), pe de altă parte, de faptul că și ceilalți o primesc (fără invidie). Dacă $n = 2$, soluția este banală, o persoană taie tortul și cealaltă își alege partea. Pentru $n = 3$, Steinhaus a găsit o formă proporțională, dar nu lipsită de invidie, iar în 1962, John H. Conway și, în mod independent, John Selfridge, au găsit soluția. Pentru un număr general n , problema a fost rezolvată de Steven Brams și Alan Taylor, în 1995.

În 1953, a creat revista *Zastosowania Matematyki (Aplicații ale matematicii)*, dedicată matematicii aplicate, în special modelării matematice, ecuațiilor diferențiale parțiale și aplicațiilor acestora, matematicii financiare și asigurărilor, optimizării, probabilităților și statisticii matematice, printre alte domenii.

În 1964, a publicat cartea *One Hundred Problems in Elementary Mathematics*, care a devenit un bestseller. La 25 februarie 1972, la vârsta de 85 de ani, Hugo Steinhaus a murit la Wrocław. Bibliografia sa cuprinde 170 de articole, având importante contribuții la analiza funcțională și la analiza armonică, în particular asupra seriilor trigonometrice, care au permis progrese remarcabile în aceste domenii. Cu toate acestea, cea mai importantă descoperire a sa, după cum a mărturisit el însuși, a fost Stefan Banach.



Figura 4. Hugo Steinhaus, în jurul anului 1960.

Copilăria și tinerețea părintelui analizei funcționale, Stefan Banach

Stefan Banach s-a născut la 30 martie 1892, în Cracovia, oraș care aparținea în acel moment Imperiului Austro-Ungar. Tatăl său era Stefan Greczek, un soldat umil, care nu s-a căsătorit cu mama matematicianului, Katarzyna Banach. Katarzyna părăsise deja localitatea natală, Borówna, pentru a-și construi un viitor în orașul Cracovia. A lucrat ca femeie de serviciu pentru Matilda Birnhaum, o văduvă care locuia pe aceeași stradă pe care se afla cartierul general al armatei austriece și unde Stefan Greczek era încartiruit. Se cunoaște, de asemenea, că a lucrat în spălătoria Franciszkăi Plowa.

Nefiind căsătorită și nedispunând de resurse proprii, nu putea să aibă grijă de copilaș și tatăl său a decis să fie crescut de bunica sa, care locuia la Ostrowsko, o localitate aflată la 50 de kilometri de Cracovia. Când s-a îmbolnăvit, Katarzyna l-a încredințat pe micul Stefan Franciszkăi Plowa, care ar fi putut oferi mijloacele necesare unei educații corecte. Familia acesteia, înstărită, avea relații cu cercurile intelectuale din oraș. Tutore al fiicei sale, Maria, era un emigrant intelectual francez,

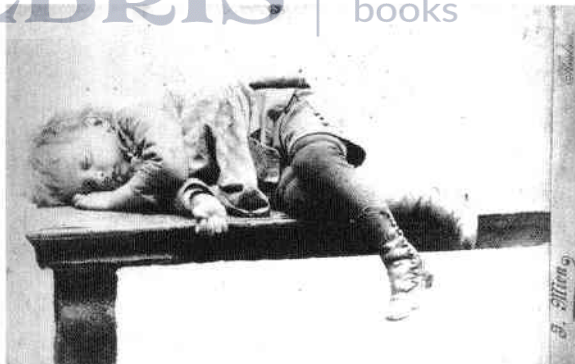


Figura 5. Stefan Banach la 3 ani. Fotografie de Juliusz Mien. Colecție privată a familiei Banach.

Juliusz Mien, scriitor, pasionat de fotografie. Juliusz a recunoscut rapid talentele noului învățăcel. L-a învățat să vorbească franceza și chiar l-a folosit ca model fotografic pe când avea doar 3 ani. În ciuda faptului că Stefan a găsit o casă minunată și caldă în acest mediu, nu și-a uitat niciodată mama, despre care a întrebat frecvent. A crescut într-o atmosferă de secret absolut cu privire la originea sa și, când l-a întrebat pe tatăl său ani mai târziu, a refuzat să spună ceva, cu excepția faptului că jurase să păstreze secretul despre identitatea sa. Stefan nu și-a cunoscut mama niciodată, însă relația complicată cu tatăl său l-a determinat să adopte numele de familie al acesteia. Este curios cum destinul matematic al tânărului Stefan a dus numele de familie al unei ființe aproape necunoscute, la unul dintre cele mai cunoscute în analiza funcțională și, în general, în matematică.

În 1902, la 10 ani, Stefan Banach a absolvit școala primară (școala populară), de unde, din nefericire, nu s-au păstrat documente. Cu toate acestea, există o evidență detaliată a trecerii sale prin școala secundară, perioadă în care i s-a modelat personalitatea și în care au început să se remarce extraordinarul său talent și posibilitățile matematice. A fost admis la Școala Secundară Imperială IV Henryk Sienkiewicz din Cracovia. Această școală avea un puternic profil umanist, cu un accent deosebit pentru latină, greacă și limbi moderne, iar atenția acordată științei era foarte mică. În biografia extinsă a lui Stefan Banach, scrisă

de Roman Kăluza, *The life of Stefan Banach (Viața lui Stefan Banach)*, se prezintă detaliat planul de studii pe care l-a urmat matematicianul. Din cele șapte cursuri de la Școala Secundară IV, programa celui de-al doilea an includea trei ore de matematică săptămânal, cu următorul conținut:

Matematică, 3 ore pe săptămână. Repetare și completare a celui mai mare divizor comun și a celui mai mic multiplu comun. Studiu sistematic al fracțiilor. Transformarea fracțiilor în zecimale și invers. Relații, proporții. Regula de trei simplă folosind proporții. Inferență. Cont cu dobândă unică. Din geometrie: axe de simetrie, congruența triunghiurilor și aplicații. Cele mai importante proprietăți ale unui cerc, ale patrulaterelor și poligoanelor. Exerciții și sarcini ca la clasa I.

Programa nu coincidea cu ceea ce îl interesa pe Banach. În amintirile sale despre învățământul secundar, vorbea urât despre nivelul și metoda de predare a materiei sale favorite și despre unii dintre profesori, nu prea competenți. Tradiția școlilor secundare din Cracovia era de a menține contacte stânse cu instituțiile științifice, cum ar fi Universitatea Jagiellonă și Academia Poloneză de Arte și Științe. Astfel, în al patrulea curs, profesorul Kamil Kraft (1873-1945), de la Departamentul de Fizică Experimentală al menționatei universități, a reușit să promoveze interesele matematice ale tânărului Stefan.

Relația cu scriitorul Mien a continuat chiar și atunci când acesta din urmă s-a mutat într-un alt district din Cracovia. Mien l-a prezentat cu bucurie pe tânărul Stefan Banach membrilor elitei intelectuale a orașului, realizând cât de extraordinar era. În plus, apare ca tutor în primii patru ani de liceu, până la moartea sa, în 1905, când Banach avea 13 ani. Tatăl său, Stefan Greczek, i-a luat apoi locul.

Între 9 și 13 iunie 1910, Stefan Banach a susținut examenele finale de la liceu și a obținut calificativul „unanim matur”, care îi permitea accesul la studii superioare.

Prietenii pe care i-a avut Banach în liceu au fost Witold Wiłkosz (1891-1941), viitor matematician, și Marian Albiński (1891-1978), viitor filolog și literar erudit. Prin amintirile descrise de acesta din urmă, ne putem face o imagine despre tânărul Banach:

Stefan Banach, așa cum mi-l amintesc, era un băiat liniștit, cu umor, un bun prieten. Era rezervat. Purta întotdeauna o uniformă curată și decentă, ca noi toți. Nu erau semne de rușine sau foame pe fața sa, deși dădea meditații plătite colegilor mai tineri, forțat de condițiile sale materiale [...] și-a ajutat dezinteresat colegii de clasă. Încă din clasele inferioare, Banach și Wiłkosz iubeau matematica. În pauză îi vedeam deseori rezolvând probleme, care pentru mine, ca umanist, păreau să fie în chineză. Prietenia lui Banach cu Wiłkosz nu s-a limitat la terenul școlii, deoarece amândoi se întâlneau după cursuri la casa lui Wiłkosz sau în clădirea școlii...

În 1910, Banach, împreună cu prietenul său Witold Wiłkosz, s-a mutat în orașul Lwów pentru a studia într-un centru politehnic. Deși amândoi ar fi dorit să studieze matematica, simțeau că nu se poate descoperi nimic nou în acest domeniu. Banach a ales să studieze Ingineria, în timp ce Wiłkosz s-a decis pentru Filologie, cu specializare în limbi orientale. Cu siguranță Banach, fără sprijin financiar, a supraviețuit dând ore particulare. Mai târziu, Wiłkosz s-a întors la Cracovia, unde a început să studieze Filosofia la Universitatea Jagiellonă și, după doi ani, matematica, la Cracovia și Torino, sub tutela lui Giuseppe Peano. În teza sa doctorală a studiat nou-creata integrală Lebesgue, a promovat examenul de abilitare în 1920 și, în sfârșit, a devenit profesor *alma mater* în 1936.

Banach a absolvit în 1914, la vârsta de 22 de ani, cu doar câteva zile înainte de izbucnirea Primului Război Mondial. A fost exclus de la serviciul militar pentru că era stângaci și pentru defectele de vedere ale ochiului stâng. Când armata rusă a lansat o ofensivă asupra Lwówului, Banach s-a întors la Cracovia, unde a rămas în restul